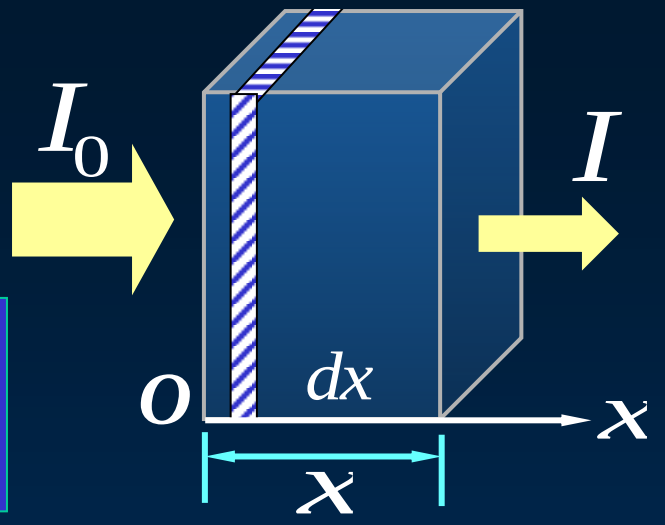
三、波的吸收

波在吸收介质中传播时，实验表明

$$\mathrm{d}I = -\alpha I \mathrm{d}x$$

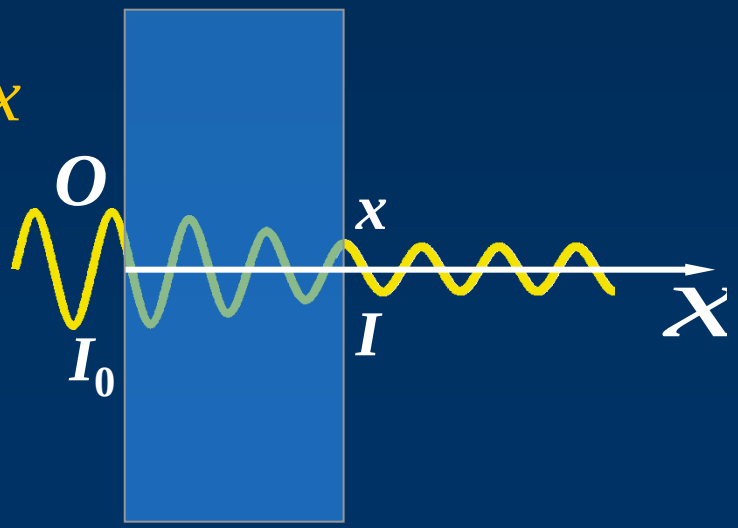


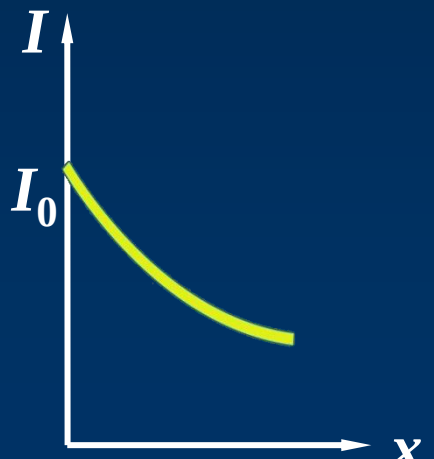
α为介质吸收系数，与介质的性质、温度、及波的频率有关。

- $\alpha_{固} < \alpha_{液} < \alpha_{气}$ (趴在铁路上听远处火车声)
- ω↑则α↑ (广场上有乐队,你在远处只听到大鼓声)

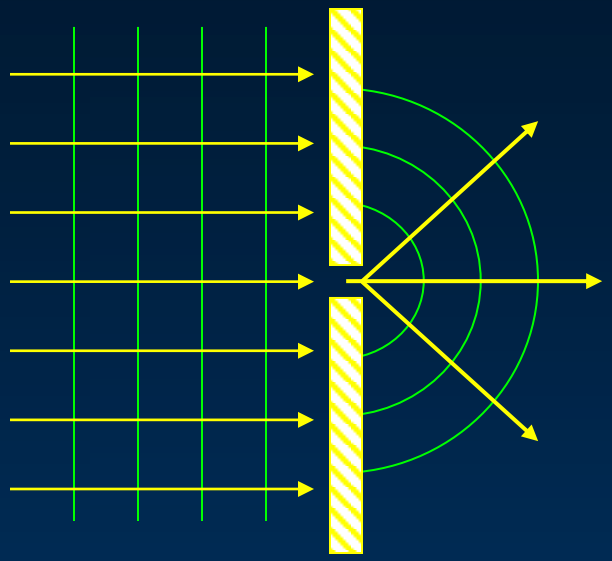
$$\int_{I_0}^{I} \frac{\mathrm{d}I}{I} = \int_0^x -\alpha \mathrm{d}x$$

$$I = I_0 e^{-\alpha x}$$





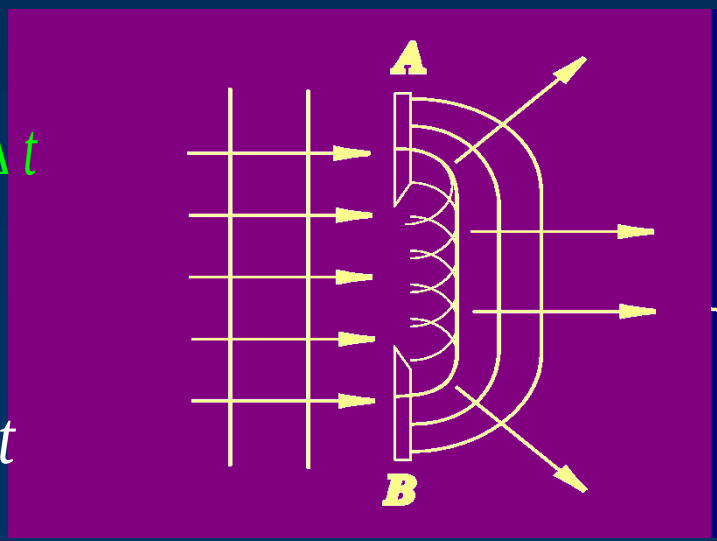
14-4 惠更斯原理与波的衍射

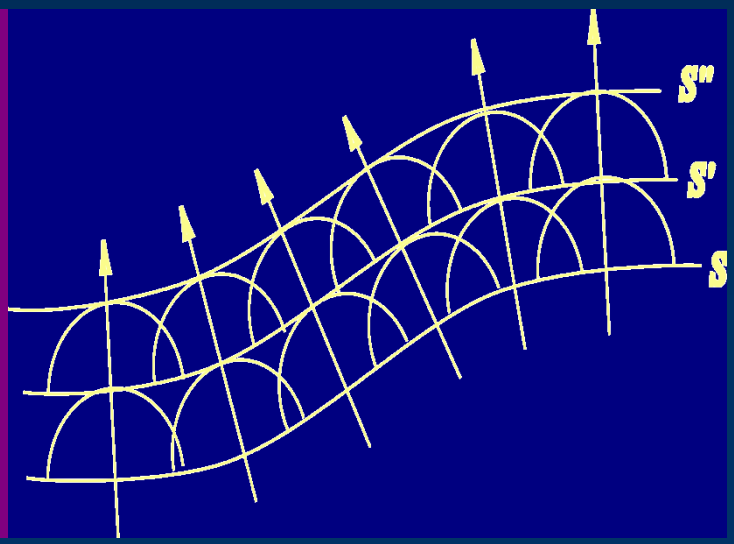


当波在传播过程中遇到障碍物时，其传播方向发生改变，并能绕到障碍物的边缘继续向前传播 —— 波的衍射现象

1. 波面上任意点都可看作是新的子波源；
2. 子波源各自向外发出子波；
3. 各子波所形成的包络面，是原波面在一定时间内所传播的新波面。





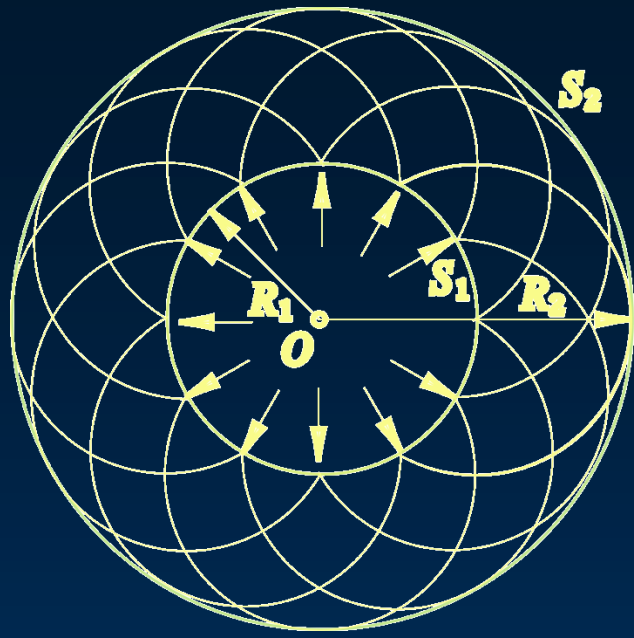


说明

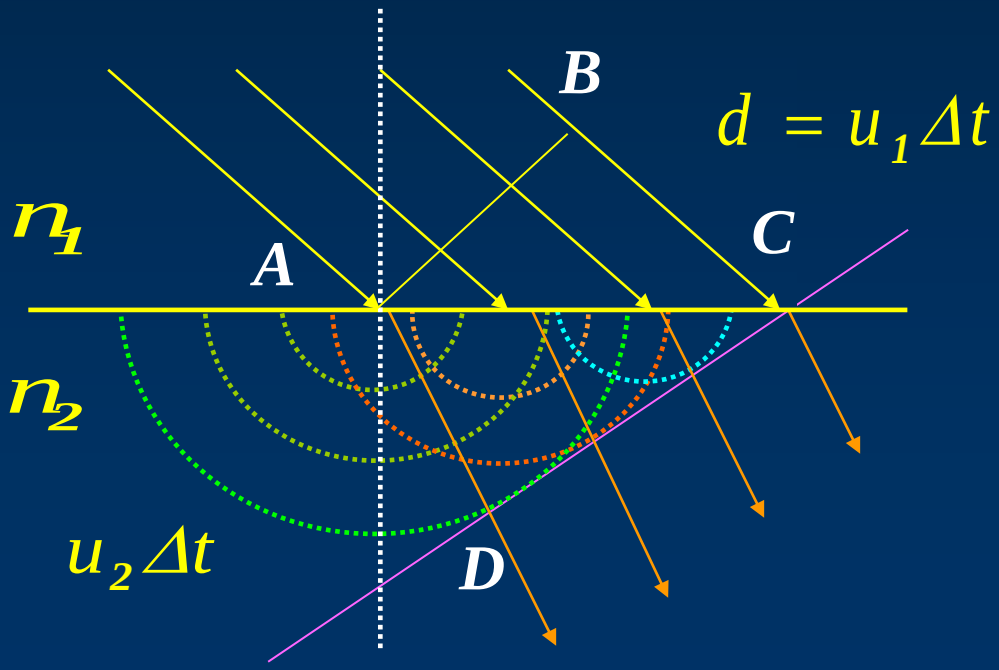
① 已知波前，可用几何方法决定下一时刻波前；

② 该方法亦适用于电磁波，非均匀、各向异性媒质；

③ 不足之处（强度分布问题）。



例：用惠更斯原理解释波的折射：



自习题：

用惠更斯原理分析反射现象

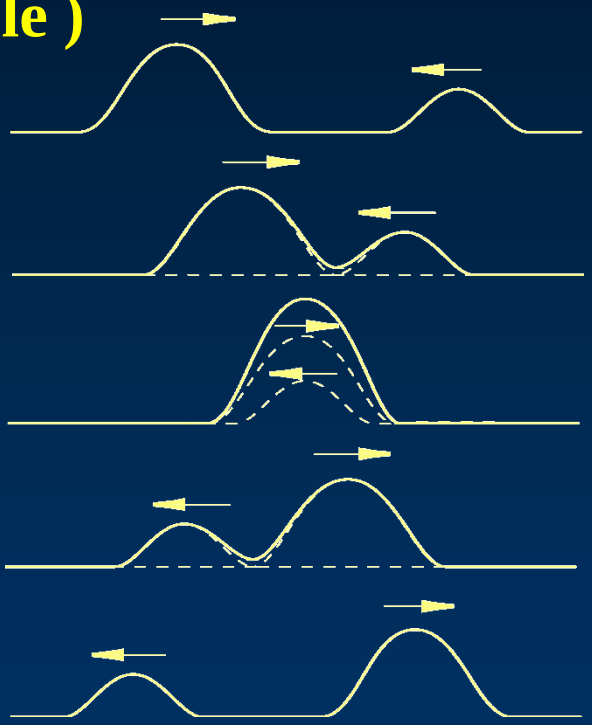
14-5 波的干涉（Interference）

孤立波传播 ⇨ 多列波传播 ⇨ 多列波的叠加

一、波的叠加原理 (Superposition principle)

① 波传播的独立性

波在传播中发生重叠时，各自的频率，波长，振幅不会相互影响，保持各自波的独立性；



② 波的叠加

波发生叠加时，媒质中各质元按两波各自引起的振动叠加成的合振动运动，构成合成波。

注意：**波的叠加 = 振动叠加** $y_1, y_2 \Rightarrow y = y_1 + y_2$

波的叠加原理仅适用于线性波的问题。

二、波的干涉

一般情况下，各个波的振动方向和频率均不同，相位关系不确定，叠加的合成波较为复杂。

定义： 当两列（或多列）波在某区域内传播，可能使媒质中某些点上的振动始终加强，某些点上的振动始终减弱的现象称为干涉现象

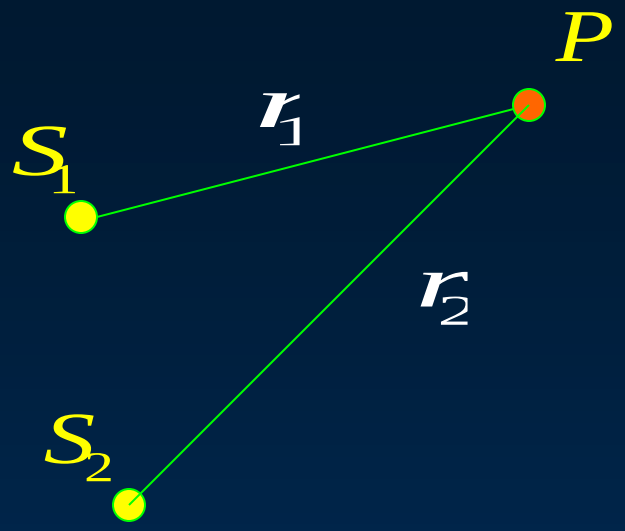
1. 相干条件与相干波 (Coherent wave)

★
① 振动方向相同；（区分振动方向与波动方向）
② 频率相同；
③ 相位差恒定。

2. 干涉规律：★ 两波源的振动方程

S_1：　$y_{01} = A_{10}\cos(\omega t + \varphi_1)$

S_2：　$y_{02} = A_{20}\cos(\omega t + \varphi_2)$



两列波在 P 点引起的振动：

$$y_1 = A_1\cos(\omega t - 2\pi\frac{r_1}{\lambda} + \varphi_1)$$

$$y_2 = A_2\cos(\omega t - 2\pi\frac{r_2}{\lambda} + \varphi_2)$$

由叠加原理，有

$$y = y_1 + y_2$$

$$= A\cos(\omega t + \varphi)$$

- **合振动的振幅满足：**

$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos[\varphi_2 - \varphi_1 - \frac{2\pi(r_2 - r_1)}{\lambda}]$$

- **波的强度：**

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}\cos\Delta\varphi$$

相位差

• 空间点振动的情况分析：

当 $\Delta\varphi = (\varphi_2 - \varphi_1) - 2\pi\dfrac{r_2 - r_1}{\lambda} = \pm 2k\pi, k = 0,1,2,.....$

$$A_{max} = A_1 + A_2, \quad I_{max} = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}$$

干涉项

当 $\Delta\varphi = (\varphi_2 - \varphi_1) - 2\pi\dfrac{r_2 - r_1}{\lambda} = \pm(2k+1)\pi, k = 0,1,2,.....$

$$A_{min} = |A_1 - A_2|, \quad I_{min} = I_1 + I_2 - 2\sqrt{I_1 I_2}$$

波程差

讨论

• 如果初相位相同 $\varphi_1 = \varphi_2$ ，有

$$\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 - \frac{2\pi(r_2 - r_1)}{\lambda} = \frac{2\pi(r_1 - r_2)}{\lambda}$$

$\Delta\varphi = \pm 2k\pi$ 加强条件 ⇒ 干涉相长（加强）

$\Rightarrow r_1 - r_2 = \delta = \pm k\lambda$

$\Delta\varphi = \pm(2k+1)\pi$ 减弱条件 ⇒ 干涉相消（减弱）

$\Rightarrow r_1 - r_2 = \delta = \pm(2k+1)\dfrac{\lambda}{2}$

- 若 $\varphi_1 = \varphi_2$ $A_1 = A_2 = A$

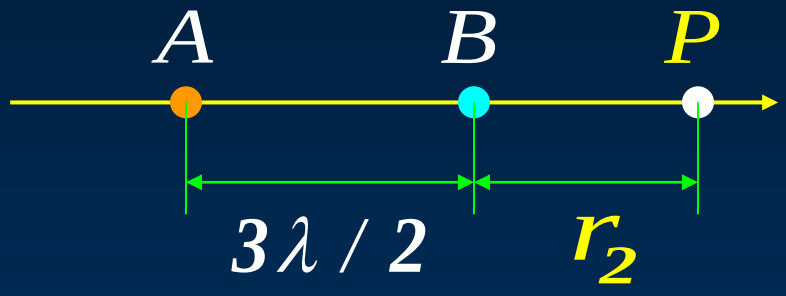
$\Rightarrow A_{max} = 2A, I_{max} = 4I_0;$ $A_{min} = 0, I_{min} = 0$

从能量上看，当两相干波叠加时，合成波在空间各处的强度并不等于两个分波强度之和，而是发生重新分布。这种新的强度分布是时间上稳定的、空间上强弱相间具有周期性的分布——波的干涉特征。

3. **应用举例：**

例1： 如图所示，有两个相干波源A, B，已知两波振幅相同，两波源的初相差为零，两波源相距差$3\lambda/2$，

试求： 连线上一点P的相位差和叠加振动的振幅。



解： P点的相位差：

$$\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 - \frac{2\pi(r_2 - r_1)}{\lambda}$$

$$= 0 - \frac{2\pi(r_2 - r_2 - \frac{3}{2}\lambda)}{\lambda} = 3\pi$$

减弱条件

P点的叠加振幅：

$$A_P^{\,2} = A_1^{\,2} + A_2^{\,2} + 2A_1A_2\cos[3\pi] = 0$$

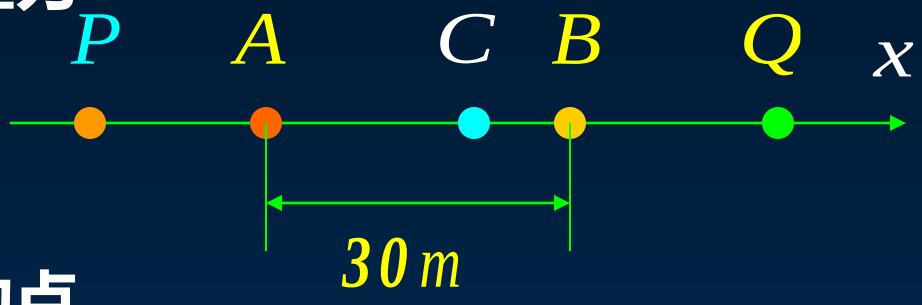
干涉相消

$$I_P = 0$$

• 注意相位差与波程差在波叠加中的作用

例2： 如图所示，有两个波源 A,B ，已知两波振幅相同，频率相同。两波源的初相差为

$$\Delta\varphi_0=\varphi_B-\varphi_A=\pi$$



$$u=400\,m/s,\nu=100\,Hz$$

求： A,B 连线上因干涉而静止的点。

解：

$$\Delta\varphi=\Delta\varphi_0-\frac{2\pi(r_B-r_A)}{\lambda}=\pi-\frac{2\pi(r_B-r_A)}{\lambda}=(2k+1)\pi$$

$$\Rightarrow\quad\delta=r_B-r_A=-\lambda k=-\frac{u}{\nu}k=-4k$$

P 点：$\delta=(30+x)-x=30=-4k$　　$k=0,\pm1,\pm2,\ldots\ldots$

左侧没有因干涉而静止的点。

Q 点：$\delta=x-(30+x)=-30=-4k$　　**右侧也没有静止点。**

C 点：$\delta=x-(30-x)=2x-30=-4k$

$x = 15 - 2k$ $\quad k = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots\ldots$

当 $k = 0$ ⇒ $x = 15\ m$

当 $k = \pm 1$ ⇒ $x = 17\ or\ 13\ m$

当 $k = \pm 7$ ⇒ $x = 29\ or\ 1\ m$

两波源中间有因干涉而静止的点：

$x = 1, 3, 5, \ldots\ldots 27, 29\ m$

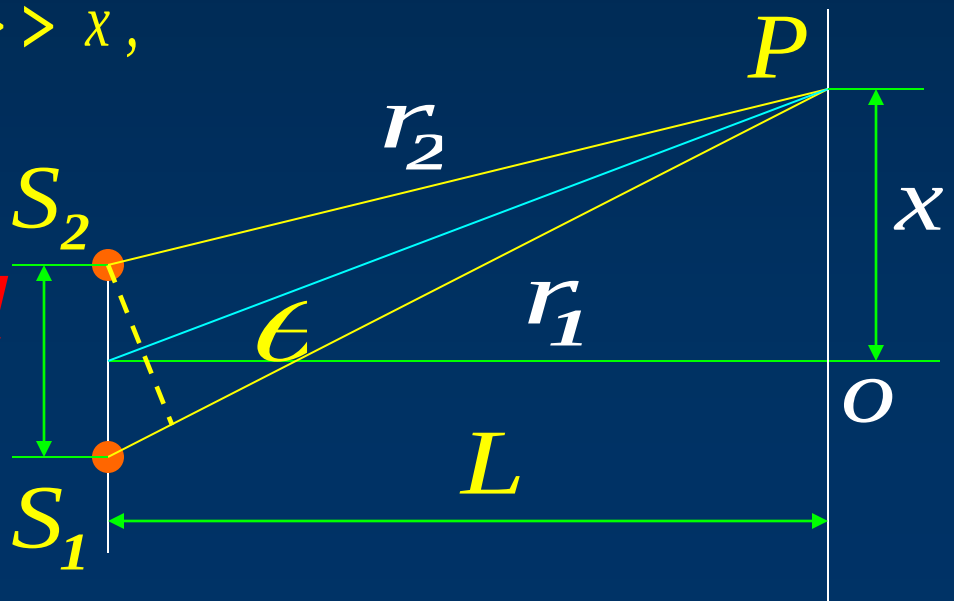
例3：如图示，两个同相的相干波源 S_1, S_2 的间距为 d，

$d > \lambda$，　**设** $L >> d, L >> x$，

求：

1 x为何值时，P点合振幅 $A = A_{min}, A = A_{max}$

2 P点的波的相对强度与 ϵ之间的关系？



解1： 两相干波在 P 点相遇，其相位差为

$$\Delta\varphi = \Delta\varphi_0 - \frac{2\pi(r_2 - r_1)}{\lambda} = \frac{2\pi(r_1 - r_2)}{\lambda} \approx \frac{2\pi}{\lambda} d \sin\theta$$

波程差为 $\delta = r_1 - r_2 \approx d \sin\theta \approx dtg\theta = xd / L$

- 干涉相长：$A = A_{max}$

$$d\frac{x}{L} = \pm m\lambda$$

$$\rightarrow \quad x = \pm m\frac{\lambda L}{d}$$

- 干涉相消：$A = A_{min}$

$$d\frac{x}{L} = \pm(2m+1)\frac{\lambda}{2}$$

$$\rightarrow \quad x = \pm(2m+1)\frac{\lambda L}{2d}$$

解2： $I \equiv A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos(\Delta\varphi)$

$$= I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}\cos(\Delta\varphi)$$

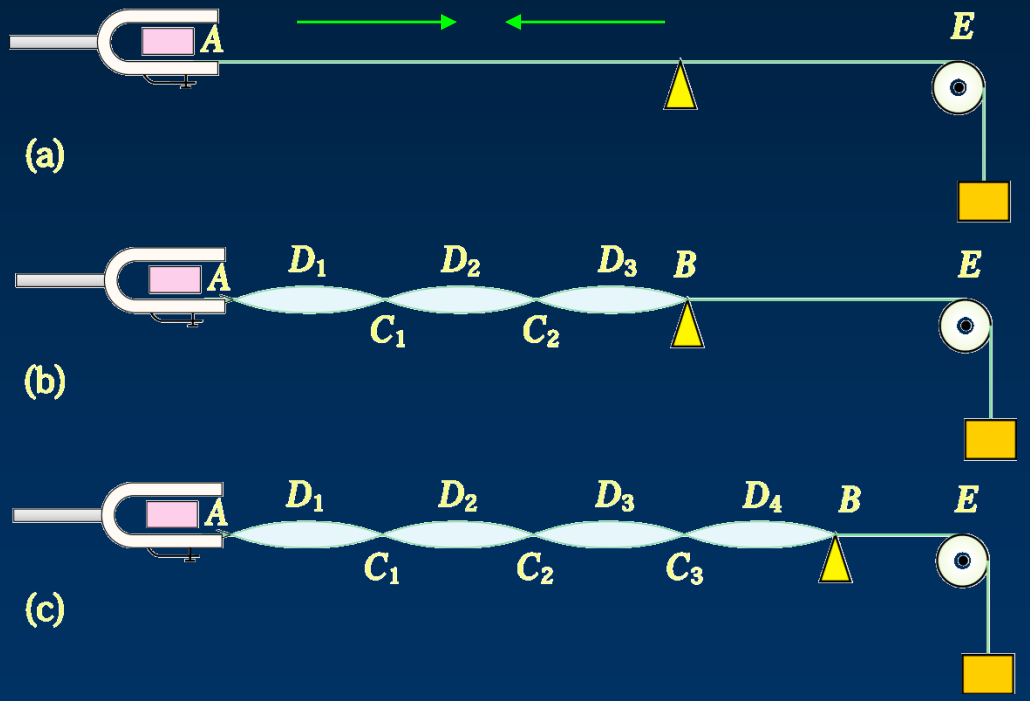
14-6 驻波 （Standing Wave ）

满足相干条件 ⟹ 形成波的干涉 ⟹ 驻波

两列等振幅相干波沿相反方向传播时叠加而形成驻波

一、弦线上的驻波演示实验

驻波中，一些媒质点始终保持静止，一些媒质点却始终保持振动最大。



二、驻波的定量分析

设两频率相同，振幅相同，初相相同的右行和左行波：

$$y_1 = A\cos 2\pi(\nu t - \frac{x}{\lambda})$$

$$y_2 = A\cos 2\pi(\nu t + \frac{x}{\lambda})$$

合成波的波函数为：

$$y = y_1 + y_2 = A[\cos 2\pi(\nu t - \frac{x}{\lambda}) + \cos 2\pi(\nu t + \frac{x}{\lambda})]$$

$$= (2A\cos\frac{2\pi x}{\lambda})\cos\omega t = A(x)\cos\omega t$$

驻波方程 = 振动方程

结论：驻波实质上是一种特殊的振动，不是行波。

分析

① 驻波波函数：$y = (2A\cos 2\pi\frac{x}{\lambda}\cdot)\cos 2\pi\nu t$

当 $\left|\cos\frac{2\pi x}{\lambda}\right| = 1$ ⇒ $2\pi\frac{x}{\lambda} = k\pi, k = 0, \pm1, \pm2, \ldots\ldots$

$A(x) = A_{max}$ —— 波腹 (wave loop)

当 $\left|\cos\frac{2\pi x}{\lambda}\right| = 0$ ⇒ $2\pi\frac{x}{\lambda} = (2k+1)\frac{\pi}{2}, k = 0, \pm1, \pm2, \ldots\ldots$

$A(x) = A_{min}$ —— 波节 (wave node)